М10-20

Олимпиадная работа

школьного этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

обучающегося 10 класса

МБОУ лицей № 104

наименование образовательного учреждения

г. Минеральные Воды

Барановой Ирины Дмитриевны

ФИО участника

Педагог-наставник:

Воробьёва В.А.

21 сентября 2019 г.

№2

М10-80

$$\left(\frac{1+2}{3}+\frac{4+5}{6}+\frac{7+8}{9}+\ldots+\frac{2017+2018}{2019}\right)+$$

$$+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{673}\right).$$

Сначала посмотрим, что у нас получается в первой скобке при сложении и упрощении дроби:

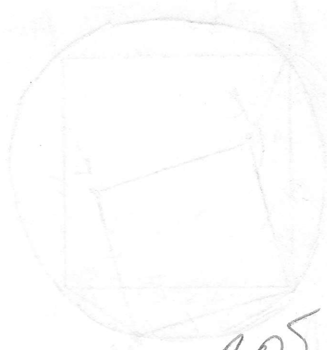
$$\frac{1+2}{3}=1$$

$$\frac{4+5}{6}=1\frac{3}{6}=1\frac{1}{2}$$

$$\frac{7+8}{9}=1\frac{6}{9}=1\frac{2}{3}$$

. . . . . .

$$\frac{2017+2018}{2019}=1\frac{2016}{2019}=1\frac{672}{673}$$



20б

, т. е. первая скобка будет выглядеть так:

$$\left(1+1\frac{1}{2}+1\frac{2}{3}+\ldots+1\frac{672}{673}\right)$$

Заметим, что во второй скобке у нас дроби с такими же знаменателями, а так как у нас стоит знак + то мы раскрываем скобку и складываем дроби с одинаковыми знаменателями

$$(1+1)+\left(1\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(1\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(1\frac{672}{673}+\frac{1}{673}\right)=2+2+\ldots+2$$

таких сумм у нас получается 673, а значит выражение равно:

$$673\cdot 2=1346$$

Отв: 1346.

№3

Чтобы произведение делилось на 9, необходимо чтобы один из множителей тоже делился на 9. Выпишем все такие множители в заданном промежутке:

9, 18, 27, 36, 45 – итого 5 множителей.

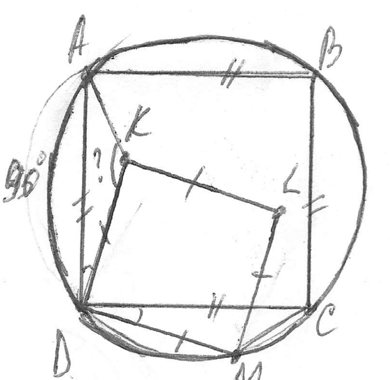
Но т.к. $9=3^2$, то нам еще подходят числа делящиеся на три, но в мешке они должны лежать по-парно:

3, 6, 12, 15, 21, 24, 30, 33, 36, 39, 42, 48 – итого 6 пар.

И у нас получается 11 чисел (пар) делящихся на 9, т.е. разложить в мешки можно при условии, что в каждом будет или число или пара, которые делятся на 9. 10б

И оставшиеся числа можно раскидать по мешкам без разницы в какой сколько и каких. Ведь множитель, делящийся на 9 в мешке уже будет.

№4.



Дано: ω - окружность, ABCD квадрат вписан., KLMD - квадрат. $M \in \smile CD$.

Найти: $\angle AKD$

Решение:

1. Стороны квадрата ABCD делят окружность на 4 равных дуги по 90°.
2. У квадратов все стороны равны. Отметим это на рисунке
3. $\angle ADC = \angle KDM$ (как углы квадратов) $= 90°$. Эти углы накладываются друг на друга и имеют общий угол $\angle KDC$. Пусть $\angle ADK = x$, а $\angle CDM = y$.

$\angle ADC = \angle KDM$

$\cancel{\angle AD}\ x + \angle KDC = \angle KDC + y$ 19б

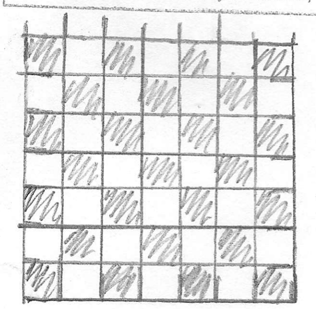
$x = y$.

4. Рассмотрим $\triangle AKD$ и $\triangle DMC$. Они равны по двум равным сторонам и углу между ними $\Rightarrow$ искомый $\angle AKD = \angle DMC$
5. $\angle DMC$ - вписанный, опирается на $\smile DAC$. $\smile DAC = 360° - 45° = (\angle DMC) = 270°$. $\angle DMC = 0{,}5 \smile DAC = \frac{270°}{2} = 135$.

Отв: $\angle AKD = 135°$.

№5.

Разделим шоколадку на кусочки 1x1. И раскрасим их шахматкой. М10-10



25 - чёрных
24 - белых.

Чтобы у Винни кончились ходы Пятачку надо выесть все белые кусочки. Но Винни сам за свой ход съедает 1 белые, а значит за круг Пятачок - Винни съедается 2 белых.

20б

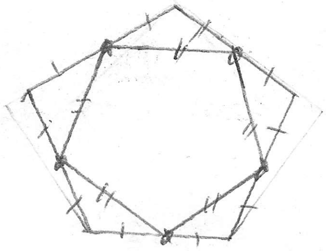
24 : 2 = 12 ходов. После этого у Винни не будет ходов, а он уже съест 24 кусочка, а значит Пятачок всего съест 25 кусочков и победит.

Если пятачок начнёт свой ход съев чёрный квадрат, то аналогично

25 : 2 = 12 ходов (1 ост.) т.к. после 12 хода Винни "ест" Пятачок, то этот 1 остаток съедает Пятачок и у Винни опять не остаётся хода. И аналогично Пят. съедает 25 кус. и побеждает

Ответ: Пятачок.

№1.



20б

т.к. у правильного пятиугольника все стороны равны. Отмечаем середины этих сторон и проводим ещё один правильный пятиугольник. А полученные треугольники будут равны по 3ём сторонам.

Итого: 89б

Председатель Воробьева В.А.
Члены жюри: 1. Яровая А.В.
2. Осипова А.Г.