75

М11-2

Олимпиадная работа

школьного этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

обучающегося 11 класса Б

МБОУ лицей № 104

наименование образовательного учреждения

г. Минеральные Воды

Барановой Ирины Дмитриевны

ФИО участника

Педагог-наставник:

Воробьёва В.А

«22» сентября 2020 г.

М11-2

№1. $(x^2+2x+3)^2-9x(x^2+2x+3)+18x^2=0$

$(x^2+2x+3)(x^2-7x+3)=-18x^2$

$x^4-7x^3+3x^2+2x^3-14x^2+6x+3x^2-21x+9+18x^2=0$

$x^4-5x^3+10x^2-15x+9=0.$

$\pm1; \pm3; \pm9.$

$f(1)=1-5+10-15+9=0$

$f(-1)=1+5+10+15+9\neq0$

$f(3)=81-135+90-45+9=0$

$f(-3)=81+135+90+45+9\neq0$

$f(9)=6561-3645+810-135+9\neq0$

$f(-9)\neq0$

	1	-5	10	-15	9
1	1	-4	6	-9	0.

$(x-1)(x^3-4x^2+6x-9)=0.$

	1	-4	6	-9
3	1	-1	3	0

$(x-1)(x-3)(x^2-x+3)=0$

$x^2-x+3=0$

$D=1-12$ – нет действительных корней Отв: 1; 3. 20

№2. Пусть x – кол-во денег, после всех операций у каждого брата $(x_1=x_2=x_3=x_4)$. Тогда первоначально у первого было $x-2$, у второго – $x+2$, у третьего $0{,}5x$, у четвертого $2x$. В сумме у них 45 рублей. Получим ур-ие:

$(x+2)+(x-2)+0{,}5x+2x=45$

$4{,}5x=45$

$x=10$

$\Rightarrow$
у первого – 8
у второго – 12
у 3его – 5
у 4ого – 20

5-

1

№4. $\begin{cases} 350x + 80y + 30z = 980 \\ 91x + 19y + 8z = 252 \end{cases}$

М11-2 $\begin{cases} 35x + 8y + 3z = 98 \\ 91x + 19y + 8z = 252 \end{cases}$

x – цехи первого типа
y – второго
z – третьего

$35 + 8 + 3 = 46.$

$98 : 46 = 2$ (ост. 6).

$6 = 3 + 3,$

получается, что первому уравнению удовлетворяют значения $x = 2;\ y = 2,\ z = 4.$ Подставим их во второе

$91 \cdot 2 + 19 \cdot 2 + 8 \cdot 4 = 182 + 38 + 32 = 252,$

также у нас есть условие, что

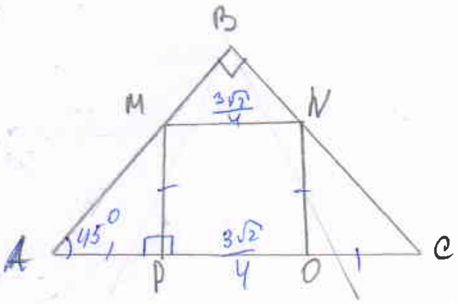
$x + y + z \le 15$

$2 + 2 + 4 \le 15$

20

Ответ: первого типа – 2
второго – 2
третьего – 4.

№3.



Дано: $\triangle ABC$, в него вписан квадрат MNOP со стороной $\frac{3\sqrt{2}}{4}$, $\angle B = 90^\circ$, $BA = BC$.

Найти: AB.

Решение

1. Т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный $\angle A = 45^\circ$, $\angle APM = 90^\circ$ ($MP \perp AP$ как сторона квадрата) $\Rightarrow \angle AMP = 45^\circ \Rightarrow \triangle APM$ равнобед $AP = AM = \frac{3\sqrt{2}}{4}$. Аналогично $NO = OC = \frac{3\sqrt{2}}{4}$.

2. $AC = 3 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$ $(AC = AP + PO + OC)$

3. MN и PO как противоположные стороны квадрата, AB – секущая = $\angle BMN = \angle BAP = 45^\circ$ как соответственные. Аналогично $\angle BNM = \angle BCA = 45^\circ$. $\triangle MBN$ – равнобедренный $(MB = BN)$

$\Rightarrow \triangle MBN$ – равнобедренный $(MB = BN)$

4. По т. Пифагора, в $\triangle MBN$.

$MN^2 = MB^2 + BN^2 = 2MB^2$

$MB = \sqrt{\frac{MN^2}{2}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 2}{16} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3}{4} = BN.$

5. По т. Пифагора в $\triangle AMP$.

$AM^2 = AP^2 + MP^2 = 2AP^2$

М11-2

$AM = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 2}{\cancel{16}\ 4}} = \frac{3}{2}$.

6. $AB = AM + BM = \frac{3}{4} + \frac{3}{2}{}^{2} = \frac{9}{4}$

Отв: $\frac{9}{4} = 2{,}25$

20

см. продолжение →

№5. $x^2+13=y^2$ М11-2

$x^2-y^2=-13$

$(x-y)(x+y)=-13$

-13 – простое число, ее делителями могут быть только ±1, ±13.

Получаем 4 системы уравнений:

1. $\begin{cases} x-y=-1 \\ x+y=13 \end{cases}$ $\begin{cases} y=1+x \\ x+x+1=13 \end{cases}$ $\begin{cases} x=6 \\ y=7 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=-13 \end{cases}$ $\begin{cases} y=x-1 \\ x+x-1=-13 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-6 \\ y=-7 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x-y=13 \\ x+y=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} y=-1-x \\ x+1+x=13 \end{cases}$ $\begin{cases} x=6 \\ y=-7 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x-y=-13 \\ x+y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} y=1-x \\ x-1+x=-13 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-6 \\ y=7 \end{cases}$

~~[illegible]~~ Если бы у нас было не -13, а 13, имело бы смысл рассмотреть $\sqrt{13}^2$, тогда бы

$x-y=\sqrt{13}$
$x+y=\sqrt{13}$ $\Rightarrow$ $x-y=x+y$

$-y=y \Rightarrow y=0,\ x=\sqrt{13}$, но квадрат не может быть отрицательным.

Ответ: 6 и ±7; -6 и ±7

10.

1	2	3	4	5
20	5	20	20	10

Пред. Воробьева В.А

Члены Аванесян Р.В

Крапивина Г.А